

ЗАВДАННЯ

II етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт
учнів-членів Малої академії наук України з математики
2018/2019 навчальний рік

9 клас

I рівень

Завдання 1-3 оцінюється в 3 бали кожне (загалом 9 балів).

1. Обчислити без таблиць: $\sin 34^\circ \cos 56^\circ + \sin^2 56^\circ$.
2. В прямокутному трикутнику медіани, які проведені до катетів, дорівнюють $\sqrt{52}$ см и $\sqrt{73}$ см. Знайти периметр трикутника.
3. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x^2} = x + 8$.

II рівень

Завдання 4-5 оцінюється в 5 балів кожне (загалом 10 балів).

4. У трапеції кути при одній з основ дорівнюють 40 градусів і 50 градусів, а довжина відрізка, що сполучає середини основ, 2 см. Знайдіть основи трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 5 см.
5. Першому робітнику для виконання завдання потрібно на 4 години менше, ніж другому. Перший робітник пропрацював 2 год, а потім його замінив другий. Після того як другий робітник пропрацював 3 год, виявилось, що виконано $\frac{1}{2}$ завдання. За скільки годин може виконати це завдання кожний робітник, працюючи самостійно?

III рівень

Завдання 6-7 оцінюється в 7 балів кожне (загалом 14 балів).

6. Знайти найбільше тризначне число, яке можна записати у вигляді суми тринадцяти послідовних натуральних чисел. Відповідь обґрунтувати.
7. Знайти значення параметра a , при якому система
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y - |x| = a \end{cases}$$
 має один розв'язок.

ЗАВДАННЯ

II етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів-членів Малої академії наук України з математики 2018/2019 навчальний рік

10 клас

I рівень

Завдання 1-3 оцінюється в 3 бали кожне (загалом 9 балів).

1. Знайти найменше додатне просте число p , для якого $p^2 + 3p + 11$ – також просте число.
2. Два відрізки завдовжки $2\sqrt{11}$ см і 8 см упираються кінцями у дві паралельні площини. Проекція першого відрізка завдовжки $2\sqrt{11}$ см на площину дорівнює 4 см. Знайдіть проекцію другого відрізка.
3. Сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію. Обчислити площу трикутника, якщо більший катет дорівнює 4.

II рівень

Завдання 4-5 оцінюється в 5 балів кожне (загалом 10 балів).

4. Довести, що $\sqrt{7\sqrt{3}-12} - \sqrt{4\sqrt{3}-6} + \sqrt{13\sqrt{3}-12} = 2\sqrt[4]{3}$.
5. Чи може x бути кутом трикутника, якщо він задовольняє рівність:
 $\cos \frac{x}{2} = \cos \frac{x}{3}$.

III рівень

Завдання 6-7 оцінюється в 7 балів кожне (загалом 14 балів)

6. Нехай C – прями́й кут трикутника ABC , висота CH і бісектриса BD якого перетинаються в точці N . Знайти відношення $BN:DN$, якщо $AB = 5$, $AC = 3$.
7. У магазині купили цвяхи, шурупи і болти в упаковках по 1 кг, всього 24 упаковки, на суму 3400 грн. Ціна упаковки цвяхів - 120 грн., шурупів - 170 грн., болтів - 210 грн. Скільки упаковок цвяхів, шурупів і болтів було куплено?

ЗАВДАННЯ

II етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт
учнів-членів Малої академії наук України з математики
2018/2019 навчальний рік

11 клас

I рівень

Завдання 1-3 оцінюється в 3 бали кожне (загалом 9 балів).

1. Знайти рівняння дотичної до графіка $y = x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x$ при $x = 1$.
2. Чи правда, що $\log_2 5 < \frac{7}{3}$? Відповідь обґрунтувати.
3. Чи можна квадрат зі стороною 10 см повністю накрити кругом радіуса 7 см?

II рівень

Завдання 4-5 оцінюється в 5 балів кожне (загалом 10 балів).

4. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 7; \\ y^2 + 4z = -7; \\ z^2 + 6x = -14. \end{cases}$$
5. Основа піраміди – паралелограм, сторони якого 16 і 22. Відстань від вершини піраміди до центра основи 4. Знаючи, що довжини бічних ребер виражаються непарними послідовними числами, знайдіть довжини бічних ребер піраміди.

III рівень

Завдання 6-7 оцінюється в 7 балів кожне (загалом 14 балів).

6. Розв'яжіть нерівність $(9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27) \log_9(x - a) < 0$
7. Розв'яжіть рівняння

$$x^{2017} - x^{2018} = \left\{ \frac{2019 + x}{1 + \{x\}} \right\}$$

(тут $[a]$ – ціла частина числа a , тобто найменше ціле число, яке не перевищує a ; $\{a\} = a - [a]$ – дробова частина числа a).