

ЗАВДАННЯ

II етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів-членів

Малої академії наук України з математики

2017/2018 навчальний рік

9 клас

I рівень. Завдання 1-3 оцінюються в 3 бали кожне (загалом 9 балів).

1. В прямокутному трикутнику бісектриса гострого кута ділить протилежну сторону на два відрізки 4 і 5 см. Знайти площу трикутника.
2. Знайти кількість дільників числа $a=2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, які діляться на 3. Знайти суму таких дільників.
3. Визначити кількість розв'язків рівняння $|x^2-2|x|-3|-a=0$ в залежності від параметра a .

II рівень. Завдання 4-5 оцінюються в 5 балів кожне (загалом 10 балів).

4. Дмитро прочитав книгу за три дні. В перший день він прочитав 30% і ще 4 сторінки, в другий день – 60% остачі і ще 14 сторінок, в третій день – 85% нової остачі та останні 9 сторінок. Скільки сторінок було в книзі?
5. У трикутнику ABC проведена бісектриса АК. Центр кола, вписаного в трикутник АКС, збігається з центром кола, описаного навколо трикутника ABC. Визначити кути трикутника ABC.

III рівень. Завдання 6-7 оцінюються в 7 балів кожне (загалом 14 балів).

6. Розв'язати в натуральних числах рівняння $xy^2+3y^2-x=108$.
7. Двоє по черзі ламають шоколадку 5×8 . За хід можна розламати будь-який шматок по прямій лінії між дольками. Програє той, хто не може зробити хід. Питання «хто виграє при правильній грі?».

Використання калькуляторів, телефонів тощо категорично заборонено.

На виконання завдань відводиться 3 години.

ЗАВДАННЯ

II етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів-членів

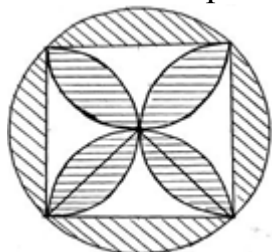
Малої академії наук України з математики

2017/2018 навчальний рік

10 клас

I рівень (завдання оцінюються в 3 бали кожне (загалом 9 балів)).

1. Квадрат вписаний в коло. На сторонах квадрата, як на діаметрах побудовані півкола. Чотири попарних перетинань цих кіл утворюють фігуру «квітка». Довести, що загальна площа «квітки» дорівнює площі частини описаного навколо квадрата кола, яка лежить поза квадратом.



2. Спростити й обчислити значення виразу $\frac{\sqrt{x}-16}{\sqrt[4]{x}-4} \sqrt{6,25+x-5\sqrt{x}}$, якщо $x = \frac{81}{16}$.
3. Знайти усі x , для яких справджуються обидві нерівності $\sin 2x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ і $\cos x \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

II рівень (завдання оцінюються в 5 балів кожне (загалом 10 балів)).

4. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком рівняння $3|x|+4|y-1|=24$.
5. $f(x)$ и $g(x)$ - квадратні тричлени, старші коефіцієнти яких дорівнюють 1. Відомо, що $f(1)+f(7)+f(49)=g(1)+g(7)+g(49)$. При яких значеннях x виконується рівність $f(x)=g(x)$?

III рівень (Завдання 6-7 оцінюються в 7 балів кожне (загалом 14 балів)).

6. Скільки коренів має рівняння $x^5 - 5x^4 + 5x^3 = a$ у залежності від значення параметра a ?
7. На дошці записано 10 одиниць і 10 двійок. За хід дозволяється стерти дві будь-які цифри, а, якщо вони однакові, написати двійку, а якщо різні – одиницю. Якщо остання цифра, що залишилася на дошці одиниця, виграв перший гравець, якщо двійка — то другий. Чому у цій грі завжди перемагає гравець, який не розпочинає гру?

Використання калькуляторів, телефонів тощо категорично заборонено.

На виконання завдань відводиться 3 години.

ЗАВДАННЯ

II етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів-членів

Малої академії наук України з математики

2017/2018 навчальний рік

11 клас

I рівень (завдання оцінюються в 3 бали кожне (загалом 9 балів)).

1. Знайти найменшу можливу відстань MN , якщо точка M знаходиться на колі, рівняння якого має вигляд $x^2+8x+y^2-16y+71=0$, а точка N знаходиться на осі абсцис.

2. Розв'язати рівняння $1 + \cos \frac{8\pi x}{3} = \cos \frac{4\pi x}{3}$. У відповідь запишіть найменший додатний корінь цього рівняння.

3. Сторони трикутника утворюють арифметичну прогресію. Один з кутів трикутника дорівнює 120° , а менша сторона дорівнює 21 см. Обчисліть (у см) більшу сторону трикутника.

II рівень (завдання оцінюються в 5 балів кожне (загалом 10 балів)).

4. Знайти найменше значення виразу $\frac{y}{x}$, якщо відомо, що $x^2 - 10x + y^2 - 2y + 1 = 0$.

5. Фокусник збирається вгадати задумане двоцифрове число. Для цього він просить сказати йому остачі x , y , z від ділення задуманого числа на 3, 5 та 7 відповідно. Обчисливши суму $70x+21y+15z$, фокусник називає задумане число. Поясніть, як йому це вдається?

III рівень (Завдання 6 - 7 оцінюються в 7 балів кожне (загалом 14 балів)).

6. При яких значеннях a функція $f(x) = (a-12)x^3 + 3(a-12)x^2 + 6x + 7$ монотонно зростає для всіх дійсних x ? Відповідь обґрунтувати.

7. Довести нерівність $a^{2012} + b^{2012} < c^{2012}$ за умови, що $b+a=c$, $a > 0$, $b > 0$.

Використання калькуляторів, телефонів тощо категорично заборонено.

На виконання завдань відводиться 3 години.